TRƯỜNG ĐẠI HỌC TRÀ VINH
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN

TÀI LIỆU ÔN THI TUYỂN SINH
MÔN TOÁN

GV biên soạn: Trần Minh Tâm

Trà Vinh, tháng 02 năm 2016

Lưu hành nội bộ

KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN
BỘ MÔN TOÁN HỌC

TÌNH TRẠNG PHÊ DUYỆT TÀI LIỆU

Tên tài liệu: Ôn thi tuyển sinh môn Toán
Ngày hoàn chỉnh: 01/02/2016
Tác giả biên soạn: Trần Minh Tâm
Đơn vị công tác: Khoa Khoa học Cơ bản

Trà Vinh, ngày 01 tháng 02 năm 2016
Tác giả
(Ký & ghi họ tên)

Trần Minh Tâm

PHÊ DUYỆT CỦA BỘ MÔN

Đồng ý sử dụng tài liệu ôn thi tuyển sinh môn: Toán do Trần Minh Tâm biên soạn để ôn thi tuyển sinh cho tất cả các ngành có thi môn cơ bản là môn Toán (liên thông từ trung cấp lên đại học; liên thông từ cao đẳng lên đại học; liên thông từ trung cấp lên cao đẳng; đại học hệ vừa làm vừa học)

Trà Vinh, ngày 01 tháng 02 năm 2016
P. TRƯỞNG BỘ MÔN

Nguyễn Văn Tiến

PHÊ DUYỆT CỦA KHOA
Trà Vinh, ngày 01 tháng 02 năm 2016
TRƯỞNG KHOA

Nguyễn Văn Sáu

MỤC LỤC

Nội dung **Trang**

BÀI 1: KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

1. ***Khảo sát hàm số bậc 3***: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

> **Bước 1 :** TXĐ : D=R
> **Bước 2 :**
> - ✓ Tính y'.
> - ✓ Giải PT y' = 0 tìm các điểm cực trị.
>
> **Bước 3:** Kết luận
> - ✓ Điểm cực đại, cực tiểu?
> - ✓ Hàm số đồng biến, nghịch biến?
> - ✓ Giới hạn ?
>
> **Bước 4 :** Lập bảng biến thiên
> **Bước 5:** Vẽ đồ thị

Ví dụ: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Giải

✓ Tập xác định: $D = R$.

✓ $y' = 3x^2 - 6x;\quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

✓ Hàm số đồng biến: $(-\infty;\ 0)$ và $(2;\ +\infty)$; nghịch biến $(0;\ 2)$

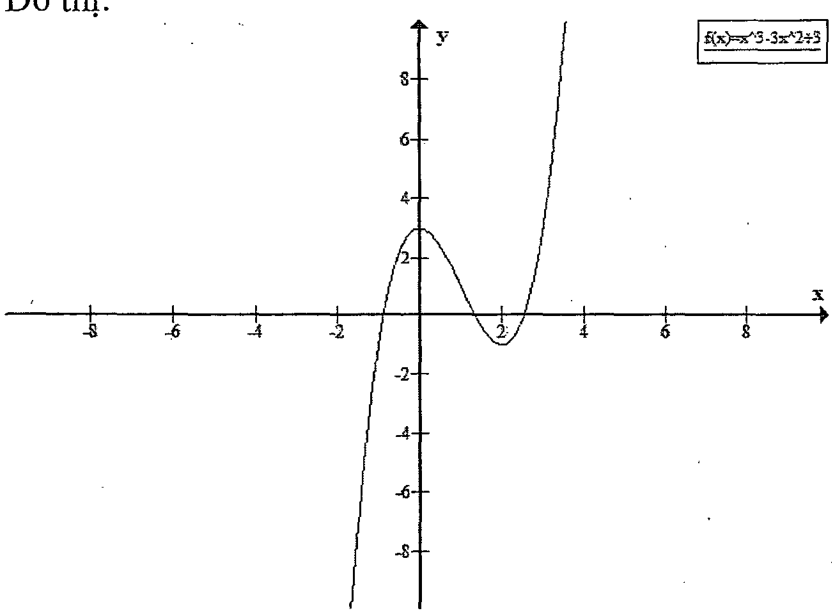
Cực trị: Điểm cực tiểu (2; -1); Điểm cực đại (0; 3).

Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty;\ \lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$

✓ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

✓ Đồ thị:



BÀI TẬP

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số:

a) $y = x^3 - 3x + 1$.

b) $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

c) $y = -x^3 + 3x - 2$

d) $y = x^3 - 3x - 2$

e) $y = x^3 - 3x^2 + 3$

f) $y = -x^3 + 3x + 1$

g) $y = 2x^3 - 6x + 2$

h) $y = x^3 + 3x + 1$

2. *Phương trình tiếp tuyến:*

Loại 1: Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$

- ✓ Tính đạo hàm $f'(x)$ và giá trị $f'(x_0)$
- ✓ Phương trình tiếp tuyến (pttt): $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Ví dụ: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ tại điểm có hoành độ bằng -1.

Giải

- ✓ Ta có: $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow$ tiếp điểm M(-1; 0)
- ✓ $f'(x_0) = f'(-1) = 0$
- ✓ Phương trình tiếp tuyến: $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0 \Rightarrow y=0$

BÀI TẬP

2) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết:

a. (C) : $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ tại $M_o(1;-2)$

b. (C) : $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ tại điểm có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$

Loại 2: Phương trình tiếp tuyến, biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng k

- ✓ Tìm tiếp điểm $M(x_0;y_0)$: Giải PT: $f'(x_0) = k$, tìm nghiệm $x_0 \Rightarrow y_0$.
- ✓ PT tiếp tuyến : $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$.

Chú ý: ✍ Nếu tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = ax + b$ thì $k = a$.

✍ Nếu tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = ax + b$ thì $k = -\frac{1}{a}$

Ví dụ: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -9x$.

Giải

✓Tìm tiếp điểm $M(x_0;y_0)$

Vì tiếp tuyến song song đường thẳng: $y = -9x$ nên hệ số góc của tiếp tuyến $k = -9$

Ta có: $y'(x_0) = k \Leftrightarrow -3x_0^2 + 3 = -9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -2 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 2 \end{array}\right.$

✓Phương trình tiếp tuyến: $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$

Tại $M_1(2 ; -2)$: y = – 9x + 16.

Tại $M_2(-2 ; 2$: y = – 9x – 16.

Ví dụ: Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$, biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y=3x+2$.

Giải

✓Tìm tiếp điểm $M\left(x_0;y_0\right)$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=3x+2$ nên tiếp tuyến có hệ số góc k = 3.

Ta có: $f'\left(x_0\right)=3 \Leftrightarrow -3x_0^2+6x_0=3$

$\Leftrightarrow -3x_0^2+6x_0-3=0 \Leftrightarrow x_0=1 \Rightarrow y_0=-2$

✓Phương trình tiếp tuyến: $y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0 \Rightarrow$ y =3x-5

BÀI TẬP

3) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+1$, biết tiếp tuyến:

a) Song song với đường thẳng $y=24x-1$.

b) Vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{1}{9}x+2$.

4) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$, biết tiếp tuyến:

a) Song song với đường thẳng: $y=3x+2$.

b) Vuông góc với đường thẳng : $x-9y+2=0$

3. <u>Dựa vào đồ thị biện luận số nghiệm của phương trình</u>

Biến đổi phương trình về dạng: $\boxed{f(x)=g(m)}$ (1) ✓ +PT (1) là PT hoành độ giao điểm của $\begin{cases} y=f(x):(C) \\ y=g(m):\Delta \end{cases}$ ✓ Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của Δ và (C). ✓ Kết luận

Ví dụ: Dựa vào đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+3$, biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $x^3-3x^2+3-m=0$.

Giải:

Ta có: $x^3-3x^2+3-m=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+3=m$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị và đường thẳng (d): y = m. Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

✓ $-1<\text{m}<3$: pt có 3 nghiệm đơn

✓ $m=-1$ hoặc $m=3$: pt có 1 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép

✓ $m<-1$ hoặc $m>3$: pt có 1 nghiệm đơn

BÀI TẬP

5) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số (1)

b) Dựa vào đồ thị, biện luận theo m số nghiệm pt: $-x^3 + 3x + 1 - m = 0$

6) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Dựa vào đồ thị (C), biện luận theo m số nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3x^2 + m = 0.$$

4. ***Biện luận số giao điểm giữa đường thẳng và đồ thị hàm số*** (phương pháp đại số)

> Cho đồ thị (C): y = f(x) và đường thẳng (d): y = ax + b
>
> ✓ Lập phương trình hoành độ giao điểm: f(x) = ax + b ⇔ g(x, m) = 0 (*)
> ✓ Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của (C) và (d).
> ✓ Dựa vào điều kiện về nghiệm của phương trình để biện luận

Ví dụ: Tìm giá trị của tham số *m* để đường thẳng $y = mx + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ tại ba điểm phân biệt.

Giải

- Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 3 = mx + 3$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - mx = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 3x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 3x - m = 0 \quad (1) \end{array}\right.$$

- Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 4m > 0 \\ 0^2 - 3\times 0 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

BÀI TẬP

7) Tìm m để đường thẳng $y = mx - 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

8) Tìm giá trị của tham số *m* để đường thẳng $y = mx + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ tại ba điểm phân biệt.

BÀI 2 : ĐẠI SỐ

1. Phương trình, bất phương trình chứa căn

Dạng phương trình, bất phương trình cơ bản:

Dạng 1: $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$ (Không cần đặt điều kiện $A \geq 0$)

Dạng 2: $\sqrt{A} < B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A < B^2 \end{cases}$

Dạng 3: $\sqrt{A} > B$ xét 2 trường hợp:

TH1: $\begin{cases} B < 0 \\ A \geq 0 \end{cases}$ **TH2:** $\begin{cases} A \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases}$

Chú ý: Khi bình phương 2 vế đưa phương trình–bất phương trình vô tỷ mà dẫn đến phương trình, bất phương trình đại số không giải được thì ta tìm cách giải bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Ví dụ: Giải các phương trình:

a) $x - \sqrt{2x+3} = 0$

b) $\sqrt{x+9} = 5 - \sqrt{2x+4}$

c) $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3$

Giải a) $x - \sqrt{2x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$

b) Điều kiện: $\begin{cases} x + 9 \geq 0 \\ 2x + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -9 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$

Ta có: $\sqrt{x+9} = 5 - \sqrt{2x+4} \Leftrightarrow \sqrt{x+9} + \sqrt{2x+4} = 5$

$\Leftrightarrow 3x + 13 + 2\sqrt{(x+9)(2x+4)} = 25$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x+9)(2x+4)} = 12 - 3x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 3x \geq 0 \\ x^2 - 160x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 160 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

Kết hợp với điều kiện $x \geq -2$, nghiệm của phương trình là $x = 0$

c) Đặt $t = x^2 - 3x + 3$

Khi đó ta có: $\sqrt{t} + \sqrt{t+3} = 3 \Leftrightarrow t + t + 3 + 2\sqrt{t(t+3)} = 9$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t(t+3)} = 3-t \Leftrightarrow \begin{cases} 3-t \ge 0 \\ t(t+3) = (3-t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \le 3 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$$

Với $t = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Vậy nghiệm của phương trình là x = 1; x = 2.

Ví dụ: Giải các bất phương trình:

a) $x - \sqrt{2x+3} > 0$

b) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} \le \sqrt{4x-5}$

Giải a) $x - \sqrt{2x+3} > 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x+3} < x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 2x+3 \ge 0 \\ 2x+3 < x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x < -1 \Leftrightarrow x > 3 \\ x > 3 \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 3$

b) Điều kiện $\begin{cases} x-2 \ge 0 \\ x-3 \ge 0 \\ 4x-5 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x \ge 3 \\ x \ge \dfrac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 3$

Ta có:

$\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} \le \sqrt{4x-5}$

$\Leftrightarrow x-2+x-3+2\sqrt{x-2}\sqrt{x-3} \le 4x-5$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)(x-3)} \le x$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-3) \le x^2 \quad (do\ x \ge 3)$

$\Leftrightarrow 5x - 6 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \dfrac{6}{5}$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \ge 3$

BÀI TẬP

9) Giải các phương trình sau:

a) $x - \sqrt{2x+7} = 4$

b) $\sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1$

c) $\sqrt{x^2 - 3x - 1} + 7 = 2x$

d) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

e) $\sqrt{3x+4} - \sqrt{x-3} = 3$

f) $\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} = 3 + \sqrt{(3+x)(6-x)}$

g) $1+\frac{2}{3}\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

10) Giải các bất phương trình sau:

c) $1-\sqrt{1-4x^2}<3x$

d) $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+5}>\sqrt{2x+11}$

e) $\sqrt{1-2x}+\sqrt{1+2x}\ge 2-x^2$

f) $\sqrt{5x^2+10x+1}>7-2x-x^2$

g) $2x^2+\sqrt{x^2-5x-6}>10x+15$

2. Phương trình, bất phương trình mũ, logarit

a) Công thức

Công thức lũy thừa: Với $a>0$, $b>0$; $m, n\in R$ ta có:

- ✓ $a^n a^m=a^{n+m}$;
- ✓ $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$; ($\frac{1}{a^n}=a^{-n}$; $a^0=1$; $a^{-1}=\frac{1}{a}$);
- ✓ $(a^n)^m=a^{nm}$;
- ✓ $(ab)^n=a^n b^n$;
- ✓ $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^m}$;
- ✓ $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$.

Công thức logarit: Với $0<a\neq 1$, $0<b\neq 1$; $x, x_1, x_2>0$; $\alpha\in R$ ta có:

- ✓ $\log_a b=c\Leftrightarrow a^c=b$ ($0<a\neq 1$; $b>0$)
- ✓ $\log_a(x_1x_2)=\log_a x_1+\log_a x_2$;
- ✓ $\log_a\frac{x_1}{x_2}=\log_a x_1-\log_a x_2$;
- ✓ $a^{\log_a x}=x$;
- ✓ $\log_a x^\alpha=\alpha\log_a x$;
- ✓ $\log_{a^\alpha} x=\frac{1}{\alpha}\log_a x$; ($\log_a a^x=x$);
- ✓ $\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$; ($\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$)
- ✓ $\log_b a.\log_a x=\log_b x$;

b) Dạng phương trình và bất phương trình mũ, logarit cơ bản

Phương trình mũ:

1) $0<a\neq 1$: $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ (1) $\Leftrightarrow f(x)=g(x)$

2) $0<a\neq 1$: $a^{f(x)}=b$ $\Leftrightarrow\begin{cases}b>0\\ f(x)=\log_a b\end{cases}$

Chú ý: Nếu a chứa biến thì (1) $\Leftrightarrow(a-1)[f(x)-g(x)]=0$

Phương trình logarit:

1) $\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = a^{g(x)} \end{cases}$

2) $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) > 0 \quad [g(x) > 0] \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

Bất phương trình mũ:

1) Nếu $a > 1$ thì: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

$a^{f(x)} \geq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$

2) Nếu $0 < a < 1$ thì: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

$a^{f(x)} \geq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$

Bất phương trình logarit:

1) Nếu $a > 1$ thì: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$

2) Nếu $0 < a < 1$ thì: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình:

a) $9^x - 8.3^x - 9 = 0$

b) $\log_2(x^2 + 8) = \log_2 6x$

c) $\log_3(x + 2) + \log_3(x - 2) = \log_3 5$

Giải

a) Đặt $t = 3^x \quad (t > 0)$

Phương trình đã cho trở thành : $t^2 - 8t - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = 9 \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện ta có $t = 9$

Với $t = 9$, khi đó : $3^x = 9 = 3^3 \Leftrightarrow x = 3$

b) Điều kiện : $6x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Phương trình đã cho tương: $x^2 + 8 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2 \vee x = 4$

c) Điều kiện : $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x > 2$

Phương trình đã cho tương :

$$\log_3(x^2 - 4) = \log_3 5 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$.

Ví dụ : Giải bất phương trình: $\log_3(x+2) = \log_9(x+2)$

Giải

Điều kiện : $x+2>0 \Leftrightarrow x>-2$

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\log_3(x+2) > \frac{1}{2}\log_3(x+2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3(x+2) > 0 \Leftrightarrow x+2>1 \Leftrightarrow x>-1$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x>-1$.

B. BÀI TẬP

11) Giải các phương trình sau:

a) $2^{x+1} - 2^{-x} = 1$

b) $5^x + 5^{2-x} = 26$

c) $9^x - 2.3^{x+1} + 9 = 0$

d) $25^x + 10^x = 2.4^x$

e) $4.81^x + 9.16^x = 13.36^x$

f) $\log_3(x^2+8) = \log_3 6 + \log_3 x$

g) $\log_2^2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0$

12) Giải các bất phương trình sau:

a) $2^{x^2-3x+2} < 4$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} > 2$

c) $\log_2(x^2+x) < 1$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-3x+1) \ge 0$

e) $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \le 2$

3. Hệ phương trình đối xứng

Định nghĩa: Hệ phương trình đối xứng là hệ mà khi đổi vai trò của hai biến cho nhau thì từng phương trình không thay đổi

Phương pháp giải:

- ✓ Biến đổi phương trình về dạng theo $(x+y)$ và $S = x+y$
- ✓ Đặt $S = x+y$ và $P = xy$, điều kiện: $S^2 - 4P \ge 0$
- ✓ Giải hệ theo S và P
- ✓ x, y là nghiệm của phương trình: $X^2 - SX + P = 0$

Ví dụ : Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+xy = 11 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$

Giải

Ta có: $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+xy=11 \\ xy(x+y)=30 \end{cases}$

Đặt $S=x+y$ và $P=xy$, điều kiện: $S^2-4P\ge 0$

ta được: $\begin{cases} S+P=11 \\ SP=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=5 \\ P=6 \end{cases} \vee \begin{cases} S=6 \\ P=5 \end{cases}$

Với S=6, P=5$\Rightarrow x,y$ là nghiệm của phương trình: $X^2-6X+5=0$

$x=1,\ y=5$ hoặc $x=5,\ y=1$.

Với S=5, P=6 $\Rightarrow x,y$ là nghiệm của phương trình: $X^2-5X+6=0$

$x=3,\ y=2$ hoặc $x=2,\ y=3$

BÀI TẬP

13) Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x+y+xy=3 \\ x^2y+y^2x=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y+xy=5 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{2} \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

BÀI 3: LƯỢNG GIÁC

1. Công thức

Hệ thức LG cơ bản

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = \tan^2\alpha + 1\left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$$

$$\tan\alpha.\cot\alpha = 1$$

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad (\alpha \neq k\pi)$$

$$\frac{1}{\sin^2\alpha} = \cot^2\alpha + 1 \ (\alpha \neq k\pi)$$

Công thức cộng:

$$\sin(a \pm b) = \sin a\cos b \pm \sin b\cos a$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a\cos b \mp \sin a\sin b$$

Công thức nhân:

$$\sin 2a = 2\sin a.\cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

Tích thành tổng:

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)+\cos(a+b)]$$

$$\sin a.\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$$

$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b)+\sin(a+b)]$$

Tổng thành tích:

$$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$

$$\sin a - \sin b = 2\cos\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$$

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$$

Công thức hạ bậc: $\cos^2 a = \frac{1}{2}(1+\cos 2a)$

$\sin^2 a = \frac{1}{2}(1-\cos 2a)$

2. *Phương trìng LG cơ bản*

a) $\sin u = \sin v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{array}\right.$

b) $\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = \pm v + k2\pi$ $\quad (k \in Z)$

c) $\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k\pi$

d) $\text{cotan} u = \text{cotan} v \Leftrightarrow u = v + k\pi$

3. *Một số dạng phương trình:*

a) Phương trình đưa về phương trình bậc 1, bậc 2, bậc 3 theo một hàm số lượng giác

b) Phương trình lượng giác đưa về phương trình dạng tích.

Ví dụ: Giải phương trình: $-\cos 2x + \sin x - 2 = 0$

Giải

Phương trình đã cho tương đương: $-(1-2\sin^2 x) + \sin x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$

Đặt $t = \sin x \quad (-1 \le t \le 1)$

Ta có: $t^2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = 1 & (n) \\ t = -3 & (l) \end{array}\right.$

Với $t = 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \quad k \in Z$

Ví dụ: Giải phương trình: $\cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = 0$

Giải

Phương trình đã cho tương đương $\Leftrightarrow \cos 3x + \cos 5x = \cos 4x$

$\Leftrightarrow 2\cos 4x \cos x = \cos 4x \Leftrightarrow \cos 4x\,(2\cos x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 4x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + l2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + l2\pi \end{array}\right. \quad k, l \in Z$$

BÀI TẬP:

14) Giải các phương trình sau

a) $\cos 2x + \cos x - 2 = 0$

b) $5\cos x = \cos 2x + 3$

c) $2\cos 2x + 4\sin^2 2x = 2$

d) $2\cos x - 1 = \sin 2x - \sin x$

e) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

f) $2\sin x(1+\cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$

g) $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$

h) $\sin 3x + \sin 2x + \sin x = 0$

i) $\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x + \cos 8x = 0$

BÀI 4: TÍCH PHÂN

1. Bảng công thức nguyên hàm

$\int dx = x + C$	$\int du = u + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \frac{du}{u} = \ln\lvert u\rvert + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u du = e^u + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos u du = \sin u + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin u du = -\cos u + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot an\, x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot an\, u + C$

2. Bảng công thức đạo hàm

$(C)' = 0$	
$\left(x^\alpha\right)' = \alpha\, x^{\alpha-1}$	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$;
$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	(sinu)' = u'.cosu
$(\cos x)' = -\sin x$	(cosu)' = – u'.sinu
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot an\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot an\, u)' = -\frac{u}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = u' e^u$
$(\ln\lvert x\rvert)' = \frac{1}{x}$	$(\ln\lvert u\rvert)' = \frac{u'}{u}$

3. Tích phân đổi biến

Để tính tích phân $\int_a^b f[u(x)]u'(x)dx$ ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Đặt $t = u(x)$ và tính $dt = u'(x)dx$.

Bước 2. Đổi cận:

$x = a \Rightarrow t = u(a) = \alpha$

$x = b \Rightarrow t = u(b) = \beta$

Bước 3. $\int_a^b f[u(x)]u'(x)dx = \int_\alpha^\beta f(t)dt$.

Ví dụ: Tính tích phân:

a) $I = \int_0^3 x\sqrt{x+1}dx$

b) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(1+\cos^2 x)^2}dx$

Giải:

a). Đặt $t = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2tdt = dx$

Đổi cận: $x = 0$; $t = 1$

$x = 3$; $t = 2$

Do đó: $I = \int_1^2 t(t^2-1)2tdt = 2\int_1^2 (t^4 - t^2)dt = 2\left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3}\right)\Big|_1^2 = \frac{116}{15}$

b). $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(1+\cos^2 x)^2}dx$

Đặt $t = 1 + \cos^2 x \Rightarrow dt = 2\cos x\,(-\sin x)dx \Rightarrow dt = -\sin 2x\, dx$

Đổi cận: $x = 0$; $t = 2$

$x = \frac{\pi}{2}$; $t = 1$

Do đó: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(1+\cos^2 x)^2}dx = \int_2^1 \frac{-dt}{t^2} = \frac{1}{t}\Big|_2^1 = \frac{1}{2}$

4. Tích phân từng phần

Công thức:

$$\int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu \quad (1)$$

Công thức (1) còn được viết dưới dạng:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx \quad (2)$$

Bước 1. Đặt u = f(x), dv = g(x)dx (hoặc ngược lại) sao cho dễ tìm nguyên hàm v(x) và vi phân du = $u'(x)dx$ không quá phức tạp. Hơn nữa, tích phân $\int_a^b vdu$ phải tính được.

Bước 2. Thay vào công thức (1) để tính kết quả.

Đặc biệt:

i/ Nếu gặp $\int_a^b p(x)\sin ax dx$; $\int_a^b p(x)\cos ax dx$; $\int_a^b e^{ax} p(x)dx$ với P(x) là đa thức thì đặt u = P(x).

ii/ Nếu gặp $\int_a^b p(x)\ln(ax+b)dx$ thì đặt $u = \ln(ax+b)$.

Ví dụ: Tính tích phân: I = $\int_0^1 (x-1)e^{2x}dx$

Giải

Đặt u = $x - 1 \Rightarrow$ du = dx

dv = e^{2x} dx$\Rightarrow$ v = $\frac{1}{2}e^{2x}$

Do đó: I = $\int_0^1 (x-1)e^{2x}dx = \frac{1}{2}(x-1)e^{2x}\Big|_2^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx$

$$= \frac{1}{2}(x-1)e^{2x}\Big|_0^1 - \frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1 = \frac{1}{4}(3-e^2)$$

BÀI TẬP

15) Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx$

b) $I = \int_0^{\frac{3}{2}} \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}}dx$

c) $I = \int_1^5 \frac{3dx}{1+\sqrt{x-1}}$

d) $I = \int_{\frac{1}{2}}^3 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{2x+3}}$.

e) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin^3 x dx$.

f) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{1+\sin x}$

g) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+3\cos x}dx$

h) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} sinx dx$

i) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1+\cos x}dx$

j) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin 2x dx$

k) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \sqrt{1 - \cos x}\, dx$

16) Tích các tích phân sau:

a) $J = \int_0^1 xe^x dx$

b) $J = \int_0^1 xe^{2x} dx$

c) $J = \int_0^1 (x+2)e^x dx$

d) $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$

e) $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos 3x dx$

f) $J = \int_0^{\pi} (x+3)\sin x dx$

g) $J = \int_1^e x\ln x dx$

h) $J = \int_1^e (1+x)\ln x dx$

i) $J = \int_1^e x(2-\ln x) dx$

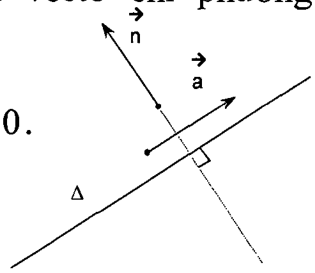
j) $J = \int_1^e x^2 \ln x dx$

k) $J = \int_1^e (1-x^2)\ln x dx$.

BÀI 5: HÌNH HỌC

1. **<u>Hình học trong mặt phẳng</u>**

a. **<u>Phương trình đường thẳng</u>**: Đường thẳng Δ được xác định khi biết một điểm $M(x_0;y_0)$ và một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$ hoặc một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2)$



Dạng tổng quát: $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0 \Leftrightarrow Ax+By+C=0$.

Dạng tham số: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \end{cases}$, $(t \in R)$.

<u>Chú ý:</u> Cho $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ và $\vec{a}=(a_1;a_2)$; $\vec{b}=(b_1;b_2)$

a) $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$

b) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

c) M là trung điểm của AB: $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2};y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}$

d) $\vec{a}\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$

e) $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$

f) $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

g) $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{|\vec{a}\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

h) Khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0)$ đến một đường thẳng Δ: $Ax+By+C=0$ là:

$$d(M,\Delta)=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

<u>Ví dụ:</u> (phương trình đường thẳng qua 2 điểm A, B)

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua 2 điểm A(1; 2), B(0; 1).

<u>Giải:</u>

- ✓ Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB: $\overrightarrow{a_{AB}}=\overrightarrow{AB}=(-1;-1)$.
- ✓ Suy ra vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB: $\overrightarrow{n_{AB}}=(-1;1)$.
- ✓ Phương trình tổng quát của đường thẳng AB: $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$

$\Rightarrow -1(x-1)+(y-2)=0$

$\Rightarrow -x+y-1=0$

<u>Ví dụ:</u> (phương trình đường thẳng qua 1 điểm và vuông góc với đường thẳng)

Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua M(-1; 2) và vuông góc với d: $x+y+3=0$.

Giải:

- ✓ Vectơ pháp tuyến của d: $\overrightarrow{n_d} = (1; 1)$.
- ✓ Vì đường thẳng Δ vuông góc với d nên $\vec{a}_{\Delta} = \vec{n}_d = (1; 1)$.
- ✓ Phương trình tham số của Δ: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$$

***Ví dụ:* (phương trình đường thẳng qua 1 điểm và song song với đường thẳng)**

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua $M(-5;1)$ và song song với $d: 3x + 2y + 3 = 0$.

Giải:

- ✓ Vectơ pháp tuyến của d: $\overrightarrow{n_d} = (3; 2)$.
- ✓ Vì đường thẳng Δ song song với d nên $\vec{n}_{\Delta} = \vec{n}_d = (3; 2)$.
- ✓ Phương trình tổng quát của $\Delta: A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$

$$\Rightarrow 3(x+5) + 2(y-1) = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 2y + 13 = 0$$

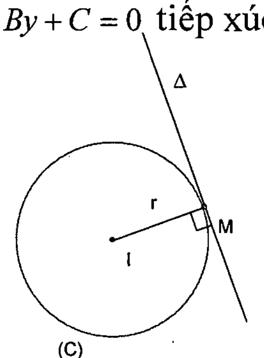
b. Phương trình đường tròn: Phương trình đường tròn được xác định khi biết tâm $I(a;b)$ và bán kính r.

Dạng 1: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Dạng 2: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$ và $r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Chú ý: Điều kiện để đường thẳng Δ: $Ax + By + C = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C) là:

$$d(I, \Delta) = \frac{|Ax_I + By_I + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = r$$



***Ví dụ:* (Phương trình đường tròn có đường kính AB)**

Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB, với A(1; 2), B(0; 1).

Giải:

Phương trình đường tròn có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

Bán kính của đường tròn:

$$r = \frac{AB}{2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(0-1)^2 + (1-2)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Tâm I (a;b)là trung điểm của AB:

$$\begin{cases} a = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{1+0}{2} = \dfrac{1}{2} \\ b = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{2+1}{2} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn (C): $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{1}{2}$

***Ví dụ:* (Phương trình đường tròn có tâm và tiếp xúc với đường thẳng)**

Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $A(-6;-3)$ và tiếp xúc đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 16 = 0$.

Giải:

Phương trình đường tròn có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

$$r = d(A,\Delta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{|3\times(-6) - 4\times(-3) + 16|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$$

Suy ra phương trình đường tròn: $(x+6)^2 + (y+3)^2 = 4$

***Ví dụ:* (Phương trình đường tròn đi qua 2 điểm và có tâm nằm trên đường thẳng)**

Viết phương trình đường tròn đi qua 2 điểm A(1; 2), B(0; 1) và có tâm nằm trên đường thẳng d: $x+2y+2=0$.

Giải:

Phương trình đường tròn (C) có dạng:

$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Ta có:

$A(1;\,2) \in (C): -2a - 4b + c = -5$ (1)

$B(0;\,1) \in (C): -2b + c = -1$ (2)

Tâm $I(a;\,b) \in d: a + 2b + 2 = 0 \Rightarrow a + 2b = -2$ (3)

Giải hệ (1),(2) và (3): $\begin{cases} -2a - 4b + c = -5 \\ -2b + c = -1 \\ a + 2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -4 \\ c = -9. \end{cases}$

Phương trình đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 12x + 8y - 9 = 0$.

Phương trình đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 12x + 8y - 9 = 0$.

***Ví dụ:* (Phương trình đường tròn đi qua 3 điểm)**

Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A(-1;2), B(2;1) và C(2;5).

Giải:

✓ Phương trình đường tròn (C) có dạng:

$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

✓ Ta có:

$A(-1;2) \in (C)$: $(-1)^2 + 2^2 - 2a \times (-1) - 2b \times 2 + c = 0 \Rightarrow 2a - 4b + c = -5$ (1)

$B(2;1) \in (C): 2^2 + 1^2 - 2a \times 2 - 2b \times 1 + c = 0 \Rightarrow -4a - 2b + c = -5$ (2)

$C(2;5) \in (C): 2^2 + 5^2 - 2a \times 2 - 2b \times 5 + c = 0 \Rightarrow -4a - 10b + c = -29$ (3)

Giải hệ (1), (2), (3) : $\begin{cases} 2a - 4b + c = -5 \\ -4a - 2b + c = -5 \\ -4a - 10b + c = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 5. \end{cases}$

Phương trình đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$

BÀI TẬP

17) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm A(-1;2), B(2;1) và C(2;5).

a) Viết phương trình tham số của các đường thẳng AB và AC. Tính độ dài các đoạn thẳng AB và AC.

b) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

18) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;3)$ và $B(-2;1)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AB.

b) Viết phương trình đường tròn đường kính AB.

c) Viết phương trình đường tròn qua ba điểm O, A, B.

19) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm A(0;1), B(1;0) và đường thẳng d: x+y+2 = 0.

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AB.

b) Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm nằm trên đường thẳng d.

20) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(0;1), B(1;-1), C(2;0)$.

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng $x - y = 0$.

b) Viết phương trình đường tròn có tâm B và tiếp xúc với AC.

c) Viết phương trình đường tròn qua ba điểm A, B, C.

21) Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-1;2)$, $B(2;1)$ và $C(2;5)$.

a) Viết phương trình tham số của các đường thẳng AB và AC.

b) Viết phương trình đường cao dạng tổng quát hạ từ đỉnh A của tam giác ABC.

c) Tính khoảng cách từ điểm B đến đường cao AH của tam giác ABC.

22) Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(1; 4)$ và đường thẳng d: $4x + y - 17 = 0$

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng qua A và song song với đường thẳng d.

b) Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho tam giác OAB cân tại O.

2. Hình học trong không gian

a. **Phương trình đường thẳng**: Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có Véctơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta} = (a_1;a_2;a_3)$

Dạng tham số: $\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$; $t \in R$;

Dạng chính tắc: $\dfrac{x-x_0}{a_1} = \dfrac{y-y_0}{a_2} = \dfrac{z-z_0}{a_3}$ $(a_1, a_2, a_3 \neq 0)$

Chú ý: Cho $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$ và $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$

a) $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

b) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

c) M là trung điểm của AB: $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}; y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}; z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2}$

d) $\vec{a}\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

e) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$

f) $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

g) $\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$

i) Diện tích tam giác ABC *là*: $S = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$

j) Thể tích tứ diện ABCD là: $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$

hoặc $V = \dfrac{1}{3}S.h$ (S là diện tích đáy, *h* là chiều cao)

k) Cho $M(x_M;y_M;z_M)$, $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$, khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α): $d(M,\alpha) = \dfrac{|Ax_M + By_M + Cz_M + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

Ví dụ : ***(Phương trình đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với mặt phẳng)***

Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(5;-3;10)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $5x - 3y + 10z = 0$.

Giải

Vì d vuông góc (P) nên ta có: $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{a_d} = (5;-3;10)$.

Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 + 10t \end{cases}$

Ví dụ : ***(Phương trình đường thẳng đi qua một điểm và song song với đường thẳng)***
Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M(6; 2; 2) và song song với đường thẳng

$$\Delta : \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Giải

Vì d song song với Δ nên ta có: $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{a_\Delta} = (5;-4;3)$.

Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \Rightarrow d : \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

b. **Phương trình mặt phẳng:** Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (A;B;C)$.

(α): $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

$\Leftrightarrow Ax+By+Cz+D=0$

Ví dụ: ***(Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm)***
Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm D(-1; -2; 0), E(2; 1; -1) và F(0; 0; 1).

Giải:

Ta có: $\overrightarrow{DE} = (3; 3; -1)$, $\overrightarrow{DF} = (1; 2; 1)$.

Suy ra pháp vectơ của mp (DEF): $\vec{n} = [\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DF}] = (5; -4; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (DEF): $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

$\Rightarrow 5(x+1) - 4(y+2) + 3(z-0) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + 3z - 3 = 0.$

Ví dụ: ***(Phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với đường thẳng)***
Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A(1; 2; 2) và vuông góc với đường thẳng

$$d : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$$

Giải:

Vì (P) vuông góc với d nên ta có: $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{a_d} = (2;-1;-3)$

Phương trình mặt phẳng (P): $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

$\Rightarrow 2(x-1) - (y-2) - 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3z + 2 = 0$

Ví dụ: ***(Tìm tọa độ hình chiếu)***
Tìm tọa độ hình chiếu của điểm M(6; 2; 2) lên mặt phẳng (P): $5x - 4y + 3z - 3 = 0$

Giải:

Viết phương trình đường thẳng d qua M và vuông với (P).

Ta có: $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (5;-4;3)$

$$\Rightarrow d:\begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

Tọa độ điểm hình chiếu H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 + 3t \\ 5x - 4y + 3z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow H(\frac{7}{2}; 4; \frac{1}{2})$$

***Ví dụ:* (Tìm tọa độ đối xứng)**

Tìm tọa độ điểm Q' đối xứng với điểm Q qua mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 3z + 2 = 0$.

Giải:

Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm Q và vuông góc với (α).

Ta có: $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (2; -1; -3)$

$$\Rightarrow d:\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 3t \end{cases} ; \quad t \in R.$$

Gọi I là giao điểm của d và (α). Suy ra tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

Giải hệ: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 3t \\ 2x - y - 3z + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{1}{14} \Rightarrow I\left(-\frac{8}{7}; \frac{29}{14}; -\frac{11}{14}\right)$

Khi đó I là trung điểm của QQ'

Suy ra tọa độ Q' thỏa $\begin{cases} x = 2\left(-\frac{8}{7}\right) + 1 = -\frac{9}{7} \\ y = 2\left(\frac{29}{7}\right) - 2 = \frac{15}{7} \\ Z = 2\left(-\frac{11}{14}\right) - 2 = -\frac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow Q'\left(-\frac{9}{7}; \frac{15}{7}; -\frac{4}{7}\right)$

***Ví dụ:* (Tính thể tích tứ diện)**

Cho 4 điểm $A(1; 6; 2)$, $B(4; 0; 6)$, $C(5; 0; 4)$, $D(5; 1; 3)$, tính thể tích của tứ diện ABCD.

Giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -6; 4), \overrightarrow{AC} = (4; -6; 2), \overrightarrow{AD} = (4; -5; 1)$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (12;10;6) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = 4$$

$$V = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right| = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ (đvtt)}$$

BÀI TẬP

23) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho A(-2;0;1); B(0;10;3); C(2;0;-1); D(5;3;-1)

a) Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

b) Viết phương trình đường thẳng d đi qua D và vuông góc với mp (ABC)

24) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm P(1; 2; 1) và đường thẳng

$$(\Delta): \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Hãy viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng Δ.

25) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(0; 1; 2), B(2; 3; 1), C(2; 2; - 1).

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C.

b) Tính thể tích hình chóp S.OABC, biết đỉnh S(9; 0; 0).

26) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm I(-3; 1; 2) và mặt phẳng (P): 2x + 3y + z -13=0

a) Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua I và vuông góc với (P).

b) Tìm tọa độ điểm J đối xứng của điểm I qua mặt phẳng (P).

27) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(3; 2; 0) và đường thẳng d: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$

a) Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng d.

b) Tìm tọa độ điểm B đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

28) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(0; 1; 1), B(-1; 0; 2), C(3; 1; 0).

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C.

b) Tìm tọa độ hình chiếu của M(-12; 1; 0) lên mặt phẳng (P).

29) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm A(1; 0; 0); B(0; 1; 0); C(0 ; 0 ; 1) và D(-2 ; 1 ; -2).

a) Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

b) Tính thể tích tứ diện ABCD.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Nguyễn Mộng Hy (Chủ biên), Khu Quốc Anh, Trần Đức Huyên (2008), *Hình học 12*, NXB Giáo dục.

[2] Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Vũ Tuấn (Chủ biên), Lê Thị Thiên Hương, Nguyễn Tiến Tài, Cấn Văn Tuất (2008), *Giải tích 12*, NXB Giáo dục.

ỦY BAN NHÂN DÂN **TỈNH TRÀ VINH** **TRƯỜNG ĐẠI HỌC TRÀ VINH**	**KỲ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG, ĐẠI HỌC** **HÌNH THỨC VLVH, LIÊN THÔNG** **VÀ VĂN BẰNG ĐẠI HỌC THỨ HAI T10 - 2015** **Ngày thi: 10 & 11/10/2015**
ĐỀ CHÍNH THỨC	

MÔN THI: TOÁN

KHỐI: A, B, D_1 và Liên thông

(Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1.0 điểm)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

Câu 2 (1.0 điểm)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại điểm M(1; -1).

Câu 3 (1.0 điểm)

Giải phương trình: $9^x - 4.3^{x+1} + 3^3 = 0$.

Câu 4 (1.0 điểm)

Giải phương trình: $\cos^3 x + \cos^2 x + 2\sin x - 2 = 0$.

Câu 5 (1.0 điểm)

Giải hệ phương trình : $\begin{cases} xy(x-y) = -2 \\ x^3 - y^3 = 2 \end{cases}$

Câu 6 (1.0 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_0^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2 + 2}\, dx$.

Câu 7 (1.0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm M(1; 1), N(-1; -1) và đường thẳng $\Delta : x - 3y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm M, N và có tâm nằm trên đường thẳng Δ.

Câu 8 (1.0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm P(-1; 2) và đường thẳng d: $x + y + 3 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua P và vuông góc với d.

Câu 9 (1.0 điểm)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(2; 0; -1), B(1; -2; 3), C(0; 1; 2). Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

Câu 10 (1.0 điểm)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm Q(-1; 2; -1) và mặt phẳng $(\alpha) : 2x - y - 3z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm Q' đối xứng với điểm Q qua mặt phẳng (α).

---------------Hết---------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:..

Số báo danh:...

ỦY BAN NHÂN DÂN
TỈNH TRÀ VINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TRÀ VINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH CĐ, ĐH HÌNH THỨC VLVH, LIÊN THÔNG VÀ VĂN BẰNG ĐẠI HỌC THỨ HAI THÁNG 11 NĂM 2015

Ngày thi: 28&29/11/2015

MÔN THI: TOÁN
(LIÊN THÔNG)

(Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 2: (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$, biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = 3x + 2$.

Câu 3: (1,0 điểm). Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 5x + 1} + 1 = 4x$.

Câu 4: (1,0 điểm). Tính tích phân $\mathrm{I} = \int_1^2 (\mathrm{x} - 2)^2 \mathrm{x}\, \mathrm{dx}$.

Câu 5: (1,0 điểm). Giải phương trình $2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0$.

Câu 6: (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 y + xy^2 = 30 \end{cases}$

Câu 7: (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $\mathrm{A}(2;1)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\mathrm{x} + \mathrm{y} + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d') qua A và vuông góc với đường thẳng (d).

Câu 8: (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho 3 điểm $\mathrm{A}(1;2)$, $\mathrm{B}(5;2)$, $\mathrm{C}(1;-3)$. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C.

Câu 9: (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm M(-3; 1; 2) và mặt phẳng (P) có phương trình $2\mathrm{x} + 2\mathrm{y} + \mathrm{z} - 7 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng (P).

Câu 10: (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 4 điểm $\mathrm{A}(1;6;2)$, $\mathrm{B}(4;0;6)$, $\mathrm{C}(5;0;4)$, $\mathrm{D}(5;1;3)$. Chứng minh A, B, C, D là 4 đỉnh của một tứ diện và tính thể tích của tứ diện ABCD.

--------------Hết--------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh : ....

Số báo danh : ....

ỦY BAN NHÂN DÂN TỈNH TRÀ VINH **TRƯỜNG ĐẠI HỌC TRÀ VINH**	**KỲ THI TUYỂN SINH LIÊN THÔNG** **NGÀNH RĂNG - HÀM - MẶT** **HỆ CHÍNH QUY NĂM 2015**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Ngày thi: 23&24/01/2016**

MÔN THI: TOÁN

LIÊN THÔNG TỪ TRUNG CẤP LÊN ĐẠI HỌC

(Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,0 điểm)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 2: (1,0 điểm)

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ tại điểm J(1; 1).

Câu 3: (1,0 điểm)

Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx + 2$ cắt đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$ tại ba điểm phân biệt.

Câu 4: (1,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = x - 1$.

Câu 5: (1,0 điểm)

Giải phương trình : $3^{2x} - 8.3^x - 9 = 0$.

Câu 6: (1,0 điểm)

Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{1 - \cos x}\, dx$.

Câu 7: (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm M(1; 1) và đường thẳng $d: 2x + 3y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d.

Câu 8: (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm N(2; 2) và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm N và tiếp xúc với đường thẳng Δ.

Câu 9: (1,0 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(1; 0; 0), B(2; 1; 1), C(1; 2; 3). Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

Câu 10: (1,0 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm D(1; 2; 3) và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 3 = 0$. Tìm tọa độ của điểm đối xứng với điểm D qua mặt phẳng (α).

--------------Hết--------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh : ....

Số báo danh : ....